MERKEZİ EĞİLİM VE DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

Ana kütle ya da örneklemde yer alan verilerin grafiklerle sunulması genellikle yeterli olmaz. Gözlemlenen değerler kümesinin özetlenmesi merkezinin ve verilerin dağılım merkezi etrafında nasıl değiştiğinin betimlemesine ihtiyaç duyulur. Veri setini betimlemek için kullanılan özet ölçülerine merkezi eğilim ölçüleri ya da ortalama, verilerin dağılım merkezi etrafında nasıl değiştiğini gösteren ölçülere ise değişkenlik ölçüleri denir.

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

Duyarlı Ortalamalar Duyarlı Olmayan Ortalamalar

* Aritmetik Ortalama •Mod
* Tartılı A.O. •Medyan
* Geometrik Ortalama
* Harmonik Ortalama
* Kareli ortalama

**Aritmetik Ortalama:**

Günlük hayatta en sık kullanılan merkezi eğilim ölçüsü olan aritmetik ortalama, seriyi oluşturan tüm gözlem değerlerinin gözlem sayısına oranı olarak tanımlanır. Aritmetik ortalama konum olarak verilerin en çok hangi değer etrafında toplandığının ya da yoğunlaştığının sayısal bir ölçüsüdür.

Not: Hangi tür ortalama olduğu belirtilmeden sadece ortalamadan söz ediliyorsa kastedilen aritmetik ortalamadır.

**Örnek:** 6 öğrencinin kayıtlı olduğu bir seçmeli derste alınan final notları aşağıdaki gibidir.

65, 70, 45, 80, 45, 95

Öğrencilerin final notlarının aritmetik ortalamasını bulunuz.

**Çözüm:**

**Örnek:** Bir ampul fabrikasında rassal olarak seçilen 20 ampulün ömrü ölçülmüştür ve aşağıdaki tabloda verilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
| Ampul Ömrü (ay) | Ampul Sayısı |
| 10 | 3 |
| 20 | 5 |
| 30 | 8 |
| 40 | 3 |
| 50 | 1 |

Bu fabrikanın ürettiği ampullerin ortalama ömrünü bulunuz.

**Çözüm:** 10,10,10,…,50

**Örnek:** Yüksek lisans yeni mezunlarından 40’ının aylık gelirleri aşağıda verilmiştir. Bu örneklem değerlerine göre ortalama aylık geliri belirleyiniz.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Aylık Gelir (TL) |  | Mezun Sayısı |
| 1000-2000’den az | 1500 | 6 |
| 2000-3000’den az | 2500 | 10 |
| 3000-4000’den az | 3500 | 15 |
| 4000-5000’den az | 4500 | 7 |
| 5000-6000’den az | 5500 | 2 |

**Çözüm:**

***Aritmetik Ortalamanın* Özellikleri**

1. Bir seride terimlerin genel topluluğuna nazaran aşırı küçük veya aşırı büyük olan terimlere aşırı uç değerler veya kısaca uç değerler diyoruz. Aritmetik ortalama hesabına giren bütün terimlerin ağırlığı aynıdır. Bu da aritmetik ortalamayı terim değerlerine karşı hassas kılmaktadır. Eğer bir seride aşırı uç değerler varsa aritmetik ortalama bu uç değerlerden hemen etkileneceğinden ortalamanın temsili olma özelliği ortadan kalkar.
2. Aritmetik ortalama ile terim sayısı çarpımı terim toplamını verir.
3. Bütün terimlere bir k sayısı eklendiğinde (çıkarıldığında) aritmetik ortalama da k

sayısı kadar büyür (küçülür).

1. Bütün terimler bir k sayısı ile çarpıldığında (bölündüğünde) aritmetik ortalama da

k katı kadar büyür (küçülür).

1. Terimlerin aritmetik ortalamadan farkları toplamı daima sıfırdır.

**Tartılı (Ağırlıklı) Aritmetik Ortalama:**

Bazen gözlem değerlerinin tümü aynı öneme sahip olmayıp temsil ettikleri değer bakımından farklılık gösterebilirler. Bu durumda, gözlem değerleri tartılandırılır, diğer bir ifadeyle ağırlık verilir. Gözlem değerleri bu ağırlıklarla çarpıldıktan sonra tartılı aritmetik ortalama hesaplanır.

**Örnek:** Tartılı aritmetik ortalamanın en tipik uygulama alanı öğrenci başarı notu hesaplamasıdır. Bir öğrencinin aldığı derslerin önemi farklı farklıdır ve bu fark, derslerin kredileri ile orantılıdır. Bir öğrenci dört dersten aşağıdaki puan ve kredilere sahip olsun.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Dersler | Puanlar | Krediler |
| İstatistik | 67 | 4 |
| Muhasebe | 85 | 3 |
| İktisat | 63 | 3 |
| Matematik | 52 | 2 |

**Çözüm:**

**Geometrik Ortalama:**

G harfi ile gösterilen geometrik ortalama, terimlerin çarpımının terim sayısı mertebesinden kökünün alınması ile elde edilir. Ancak uygulamada rakamlar büyüdükçe çarpma işlemi, terim sayısı arttıkça da kök alma işlemi zorlaşacaktır. Bu işlemleri, eşitliğin her iki yanının logaritmasını alarak kolaylaştırıyoruz. Böylelikle rakamlar küçülecek, çarpma işlemi toplama işlemine, kök alma işlemi de çarpma işlemine dönüşecektir.

**Örnek:** Bir ülkenin nüfusu her yirmi beş yılda 2, 4, 8, 16, 32 şeklinde geometrik bir seri ile artmaktadır. Bu ülkenin yirmi beş yılda ortalama nüfus artış hızını hesaplayalım.

**Çözüm:**

***Geometrik Ortalamanın* Özellikleri**

1. *Geometrik ortalama, terimler arasında 0 veya negatif değerli olan varsa hesaplanamayacağı açıktır.*
2. *Geometrik ortalama daima aritmetik ortalamadan küçük çıkar.*
3. *Geometrik ortalama uç değerlere karşı aritmetik ortalama kadar hassas değildir.*
4. *Terimlerin geometrik ortalamaya bölümlerinin çarpımı 1 eder.*
5. *Geometrik ortalamanın N inci kuvveti terimlerin çarpımına eşittir.*
6. *Terimlerin k’ıncı kuvveti alındığında geometrik ortalama da k ıncı kuvvete yükseltilmiş olur.*

**Harmonik Ortalama:**

Harmonik ortalama, terimlerin çarpmaya göre terslerinin aritmetik ortalamasının tersi olup, H ile gösterilir.

**Örnek:** : 2, 4, 3, 5 serisi verilmiş olsun. Bu serinin harmonik ortalamasını bulunuz.

**Çözüm:**

**Harmonik Ortalamanın Özellikleri**

1. Terimlerden biri 0 ise harmonik ortalama sonsuz (belirsiz) çıkar. Negatif terimlerin

varlığı halinde ise sonuç anlamsız olur.

1. Harmonik ortalama daima Geometrik ortalamadan küçük çıkar.

**Kareli (Karesel) Ortalama:**

Seriyi oluşturan gözlem değerlerinin karelerinin toplamının gözlem sayısına oranının karekökü kareli ortalamayı verir. Bir başka ifadeyle gözlem değerlerinin karelerinin aritmetik ortalamasının karekökü kareli ortalama olarak adlandırılır.

Not: Her zaman aritmetik ortalama < kareli ortalama eşitsizliği geçerlidir.

**Örnek:** Aşağıdaki örneklem serisinin kareli ortalamasını hesaplayınız.

**Çözüm:**

**Örnek:** Aşağıdaki tabloda bir büyük şehirde seçilen 100 ailenin yaşadıkları evlerin oda sayıları verilmiştir. Ailelerin yaşadıkları evlerin oda sayılarının kareli ortalamasını bulunuz.

|  |  |
| --- | --- |
| Oda Sayısı | Aile Sayısı |
| 1 | 14 |
| 2 | 24 |
| 3 | 41 |
| 4 | 18 |
| 5 | 3 |

**Çözüm:**

**Örnek:** Aşağıdaki seriyi örneklem serisi kabul ederek kareli ortalamayı hesaplayınız.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Sınıflar |  |  |
| 0-10 | 5 | 2 |
| 10-20 | 15 | 5 |
| 20-30 | 25 | 10 |
| 30-40 | 35 | 8 |
| 40-50 | 45 | 5 |

**Çözüm:**

**Medyan (Ortanca):**

Gözlem değerleri küçükten büyüğe sıralandığında ortada kalan gözlem değeri medyandır ve tanımından da anlaşılacağı gibi bir seride yer alan gözlemlerin tümünün hesaba katılmadığı ortalamalardan biridir.

**Örnek:** Bir özel bankanın son 10 yılda işe aldığı iktisat ve işletme mezunlarının sayısı aşağıdaki gibidir:

86 78 90 62 3 89 92 84 95 76

Banka tarafından istihdam edilen işletmeci ve iktisatçıların sayılarının medyanını hesaplayınız.

**Çözüm:**

3 62 76 78 84 86 89 90 92 95

**Örnek:** Bir özel bankanın son 11 yılda işe aldığı iktisat ve işletme mezunlarının sayısı aşağıdaki gibidir:

86 78 90 62 3 89 92 84 95 76 12

Banka tarafından istihdam edilen işletmeci ve iktisatçıların sayılarının medyanını hesaplayınız.

**Çözüm:**

3 12 62 76 78 84 86 89 90 92 95

MEDYAN=84

Not: Bir veri seti için sadece bir tane medyan değeri vardır. Medyan, ölçümlerin % 50 ‘sinin üzerinde, % 50’sinin aşağısında yer aldığı merkezi değerdir

**Örnek:** Bir işletmede çalışan 100 işçinin kullandıkları yıllık izinler aşağıda verilmiştir. Kullanılan yıllık izinlere ilişkin medyan değerini bulunuz.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Kullanılan İzin (gün) | İşçi Sayısı |  |
| 10 | 18 | 18 |
| 15 | 32 | 50 |
| 20 | 30 | 80 |
| 25 | 20 | 100 |

**Çözüm:**

10 10 10 10 …15 15 15 …20 20 20… 20 25 25 …25

→ Ortanca sınıfın alt değeri

→ Ortanca sınıfın aralığı

→ Ortanca sınıfın frekansı

→ Toplam birim sayısı

→ Ortanca sınıfından bir önceki sınıfın birikimli frekansı

**Örnek:** Aşağıdaki tabloda yer alan veriler için medyanı hesaplayınız.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Sınıf aralığı |  |  |
| 10-20’den az | 23 | 23 |
| 20-30’den az | 32 | 55 |
| 30-40’den az | 35 | 90 |
| 40-50’den az | 10 | 100 |
| Toplam | 100 |  |

**Çözüm:**

50.sıra hangi gruba karşılık gelirse o grup medyan sınıfı olmuş oluyor.

20-30’den az

Medyan=

**Örnek:** 250 hastanın kanındaki kolesterol değerlerine ilişkin dağılım aşağıda verilmiştir. Medyanı hesaplayınız.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Sınıflar |  | F |
|  | 30 | 30 |
|  | 83 | 113 |
|  | 68 | 181 |
|  | 35 | 216 |
|  | 34 | 250 |

**Çözüm:**

Medyan=

**Mod (Tepedeğer):**

Mod en sık ortaya çıkan (en yüksek frekanslı) ölçüm olarak tanımlanmaktadır.

Not: Mod aşırı değerlerden etkilenmez. Bir veri seti için birden fazla mod olabilir

**Örnek:** Aşağıda Elazığ’da okuyan 24 öğrencinin öğrenim yılının ilk ayında yaptıkları harcamalar verilmiştir. Veri setinin modunu belirleyiniz.

965 1005 1030 1005 1042 975 975 955 975 965 1030 1030 955 965

1005 1015 1000 975 995 1042 1042 1000 975 1015

**Çözüm:**

Mod=975

→ Tepedeğer sınıfın alt değeri

→ Tepedeğer sınıfın aralığı

→ Tepedeğer sınıfından bir sonraki sınıfın frekansı

→ Tepedeğer sınıfından bir önceki sınıfın frekansı

**Örnek:** Aşağıdaki seri için modu hesaplayınız.

|  |  |
| --- | --- |
| Sınıflar |  |
| 0-8’den az | 12 |
| 8-16’dan az | 23 |
| 16-24’ten az | 32 |
| 24-32’den az | 20 |
| 32-+ | 13 |
| Toplam | 100 |

**Çözüm:**

Mod=

**Örnek:**

|  |  |
| --- | --- |
| Sınıflar |  |
| 14 | 5 |
|  | 100 |
|  | 250 |
|  | 60 |
|  | 10 |

Yukarıdaki dağılım için tepedeğeri (mod) bulunuz.

**Çözüm:**

Mod=

**Örnek:** İş yerlerinin günlük cirosunu aşağıdaki dağılım vermektedir.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (TL) | 1-5 | 6-10 | 11-15 | 16-20 | 21-25 | 26-30 | 30 dan çok |
| İşyeri sayısı | 20 | 35 | 40 | 67 | 43 | 25 | 20 |

Dağılımın ortanca ve tepe değerini hesaplayınız.

**Çözüm:**